工具变量

慧航

上海对外经贸大学

2024年4月

工具变量

不管是遗漏变量、反向因果、度量误差还是自选择问题，都会导致核心解释变量与误差项的相关性，即在回归方程：

$$y = \beta \times y_1 + x'\delta + u$$

中y_1与误差项u之间相关。比如：

- 如果y_1为国家的GDP，y为一个国家内战爆发的次数
- 如果y_1为孩子的数量，y为孩子的教育经费（quantity-quality tradeoff）

解决方案：找到外生的影响x但是不会直接影响y的变量，即工具变量（instrument variable）z，比如：

- 内战例子中，可以使用天气（z）作为国家GDP的工具变量
- 生育问题中，计划生育政策作为孩子数量的工具变量

工具变量

如果我们要估计的结构方程（structural equation）为：

$$y = \alpha + \beta y_1 + u$$

然而$\mathbb{C}\mathrm{ov}\left(y_1, u\right) \neq 0$，但是我们可以找到一个$z$，使得$\mathbb{C}\mathrm{ov}\left(z, u\right) = 0$，且：

$$y_1 = \gamma + \delta z + e$$

我们把以上方程带入结构式，得到：

$$\begin{aligned} y &= \alpha + \beta\left(\gamma + \delta z + e\right) + u \\ &= \left(\alpha + \beta\gamma\right) + \beta\delta z + u + \beta e \end{aligned}$$

我们称上式为简约式（reduced form）。

工具变量

现在两个式子:

$$y_1 = \gamma + \delta z + e$$

以及

$$\begin{aligned} y &= (\alpha + \beta\gamma) + \beta\delta z + u + \beta e \\ &= \gamma^* + \delta^* z + v \end{aligned}$$

都不存在内生性问题，因而我们可以一致估计$\gamma, \delta, \gamma^*, \delta^*$。进而，可以得到$\beta$:

$$\beta = \frac{\delta^*}{\delta} = \frac{\beta\delta}{\delta}$$

假设:

1. z与u不相关
2. 分母（δ）不为0。

工具变量

一般情况下，如果估计方程：

$$y = \alpha y_1 + x'\beta + u$$

其中y_1为关心的内生变量，即$\mathbb{C}\mathrm{ov}\left(y_1, u\right) \neq 0$，但是存在工具变量$z$，使得$\mathbb{E}\left(u|z\right) = 0$，且$\mathbb{E}\left(y_1|x, z\right) \neq \mathbb{E}\left(y_1|x\right)$，那么$y_1$的简约式可以写为：

$$y_1 = z'\gamma + x'\delta + v$$

那么可以通过工具变量达到对α的识别。

两阶段最小二乘

估计：两阶段最小二乘法（2SLS）

1. 第一阶段回归，对y_2的简约式进行回归：

$$y_1 = z'\gamma + x'\delta + v$$
$$\hat{y}_1 = z'\hat{\gamma} + x'\hat{\delta}$$

或者$\hat{Y}_1 = P_Z Y_1$，其中$Z = (Z, X)$，$P_Z = Z(Z'Z)^{-1} Z'$。

2. 第二阶段回归，用$\hat{y}_1$代替y_1：

$$y = \hat{\alpha}\hat{y}_1 + x'\hat{\beta} + \hat{e}$$

或者：$\left(\hat{\alpha}', \hat{\beta}'\right)' = (XP_Z Z)^{-1}(XP_Z Y)$，其中$X = (Y_1, X)$。

注意：不要手动算两阶段最小二乘，差别：在算标准误的时候用$\hat{e}$还是$\hat{u} = y - \hat{\alpha} y_1 + x'\hat{\beta}$？

两阶段最小二乘

工具变量的理解：我们使用了那些variation?

1. 第一阶段回归：
$$\hat{y}_1 = z'\hat{\gamma} + x'\hat{\delta}$$
2. 第二阶段回归：
$$y = \hat{\alpha}\hat{y}_1 + x'\hat{\beta} + \hat{e}$$

考虑使用分步回归，即先用$\hat{y}_1$对x做回归得到残差，等价于用$z'\hat{\gamma}$对x做回归，得到残差，再用y对以上残差做回归。
只使用了单纯因为工具变量而导致的y_1的变化的部分variation（见LATE）。

GMM

1. 两阶段最小二乘即在特定矩条件下的广义矩估计（**Generalized method of moments，GMM**）
   - 矩条件为：$\mathbb{E}(z_i u_i) = 0$，则GMM目标函数：

$$\min \left[\sum_i z_i \left(y_i - \tilde{x}_i' \tilde{\beta} \right) \right]' W \left[\sum_i z_i \left(y_i - \tilde{x}_i' \tilde{\beta} \right) \right]$$

   如果取$W = Z'Z$，则得到了两阶段最小二乘（2SLS）。
2. 在同方差假定下，以上的权重矩阵为最优权重矩阵。
3. **当同方差假定不满足时，以上的权重矩阵不是最优权重矩阵。**

过度识别检验

- 在$L > K$的情形下，我们可以检验矩条件（工具变量）是否有效。
- 可以证明，当使用最优权重矩阵时，GMM目标函数渐进服从χ^2分布，自由度为$L-K$：

$$\left[\sum_i m\left(w_i,\hat{\theta}\right)\right]'\left(\sum_{i=1}^{N}\left[m\left(w_i,\hat{\theta}\right)m\left(w_i,\hat{\theta}\right)'\right]\right)^{-1}\left[\sum_i m\left(w_i,\hat{\theta}\right)\right] \overset{a}{\sim} \chi^2(L-K)$$

- Hansen's J-statistics
- Sargan test:Hansen's test在同方差条件下的特例
- 思想：使用K个工具做估计，用剩下的$L-K$个工具做检验

控制函数法

控制函数法：如果估计方程：

$$y = \alpha y_1 + x'\beta + u$$

以及y_1的简约式：

$$y_1 = z'\gamma + x'\delta + v$$

在简约式中，y_1被分解为两部分：

1. $z'\gamma + x'\delta$是与u不相关的部分
2. 如果y_1与u相关，则相关性必在v里面。

控制函数法

因而，如果假定：

$$u=\rho v+e$$

那么：

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\left(y|x,z,v\right)&=\alpha\mathbb{E}\left(y_1|x,z,v\right)+x'\beta+\mathbb{E}\left(u|x,z,v\right)\\&=\alpha y_1+x'\beta+\rho v+e\end{aligned}$$

待估计方程变为：

$$y=\alpha y_1+x'\beta+\rho v+e$$

因而如果观察到v，就可以直接控制「内生性」v从而达到识别。

控制函数法

估计步骤:

1. 估计简约式$y_1 = z'\gamma + x'\delta + v$得到$\hat{v}$
2. 将$\hat{v}$带入主方程，使用回归:

$$y = \alpha y_1 + x'\beta + \rho\hat{v} + e$$

进行估计。

检验内生性：$H_0 : \rho = 0$（或者Hausman检验）。

控制函数法

- 或者，可以使用极大似然估计，即假设(u_i, v_i)的联合（正态）分布，进而：

$$f\left(y_i, y_{1i} | x_i, z_i\right) = f\left(y_i | y_{1i}, x_i, z_i\right) \cdot f\left(y_{1i} | x_i, z_i\right)$$

  如果假定(u_i, v_i)为联合正态分布，即得到有限信息极大似然估计（LIML）。

- 其他估计方法：$k-$class估计量

控制函数法

虽然在最简单的情况下，控制函数法与2SLS等价，但是一般情况下，两者不等价：

- $y = \alpha y_1 + \gamma y_1^2 + x'\beta + u$
  - 2SLS: 使用z, z^2做工具?
  - 控制函数法：$y = \alpha y_1 + \gamma y_1^2 + x'\beta + \rho v + e$
- $y = \alpha y_1 + \gamma x_k y_1 + x'\beta + u$
  - 2SLS: 使用$z, x_k z$做工具?
  - 控制函数法：$y = \alpha y_1 + \gamma x_k y_1 + x'\beta + \rho v + e$
- $y = \alpha d + x'\beta + u$, $d = 1\{z'\gamma + x'\delta + v \geq 0\}$
  - $\mathbb{E}(y|x, z, v) = \alpha d + x'\beta + \mathbb{E}(u|v \geq -z'\gamma - x'\delta)$
  - 假定(u_i, v_i)联合正态，$\mathbb{E}(u|v \geq -z'\gamma - x'\delta)$为Inverse-Mills ratio

控制函数法

- 控制函数法在很多非线性模型下仍然可以使用，而2SLS不可以。
  - Probit模型：

$$d_i = 1\left(\alpha y_{1i} + x_i'\beta + u_i \geq 0\right)$$

$$y_{1i} = z'\gamma + x'\delta + v$$

  - 首先估计简约式方程，得到$\hat{v}$，进而回归：

$$d_i = 1\left(\alpha y_{1i} + x_i'\beta + \hat{v}_i + e_i \geq 0\right)$$

  - 与Probit结果不可直接比较
  - Stata: ivprobit

工具变量

工具变量的两个假定：

1. 与误差项不相关——Hansen's test
2. 与内生变量高度相关

如果第二项假定不满足？

弱工具

以上得知，对于要估计的方程：

$$y = \alpha + \beta y_1 + u$$

以及第一阶段：

$$y_1 = \gamma + \delta z + e$$

估计可以写为：

$$\hat{\beta}_{2SLS} = \frac{\mathbb{C}\mathrm{ov}\,(y, z)}{\mathbb{C}\mathrm{ov}\,(y_1, z)}$$

如果分母趋向于0，IV估计的结果会非常不稳定，并偏向OLS估计量——弱工具。

工具变量

- Angrist and Krueger (1991)研究教育回报时，使用了出生季节与州、年份的乘积作为上学时间的工具变量
- Bound, Jaeger and Baker (1996)对此研究做出了批评，发现随机生成一组出生季节仍然能得到相似的结论。
- 工具变量太多导致估计结果偏向OLS的估计结果

工具变量

- 对于少量弱工具：
  - 诊断弱工具
  - 使用LIML，并调整置信区间。
- 对于Many instruments：
  - 2SLS表现非常差
  - 使用LIML，或者REQML(Chamberlain and Imbense, 2004)
  - 使用Lasso对第一阶段工具进行挑选

欠识别检验

- 对于第一阶段：

$$y_1 = z'\gamma + x'\delta + v$$

  我们要求工具变量至少要和内生变量相关
- 如果不相关：欠识别（underidentification）
- 检验：
  - 原假设：$H_0 : \gamma = 0$ 使用F检验——第一阶段F值
  - Stata：Kleibergen and Paap rk Wald F

弱工具诊断

弱工具诊断:

- 第一阶段F值，一般在一个内生变量一个工具变量的情况下，为了使得2SLS估计量偏差不大于10%，F要大于10
- Cragg-Donald 统计量（$F-value$推广，当只有一个内生变量时就是$F-value$）
- Stock and Yogo (2002)提出了针对Cragg-Donald 统计量的临界值

置信区间调整:

- Anderson and Rubin (1949)
- Lee等人（2022）：根据第一阶段F值进行调整
- Valid t-ratio inference, Lee et al.(2022)

tF标准误

- 诊断与置信区间调整方法的结合
- Stock and Yogo (2005)的诊断方法可以理解为:

$$P\left\{t^2 > c^*, F > F^*\right\} \leq \alpha$$

其中F为第一阶段的F值。以上步骤即首先判断第一阶段F值是否大于某个临界值，进而使用传统的t检验

- Lee等人（2022）：

$$P\left\{t^2 > c_\alpha\left(F\right)\right\} \leq \alpha$$

即根据第一阶段F值调整t统计量的临界值

  - 缺点：目前只支持一个内生变量、一个工具变量

tF标准误

Panel A. Selected values of tF critical values, $\sqrt{c_{0.05}(F)}$, and tF standard error adjustments, $\sqrt{c_{0.05}(F)}/1.96$										
F	4.000	4.008	4.015	4.023	4.031	4.040	4.049	4.059	4.068	4.079
$\sqrt{c_{0.05}(F)}$	18.656	18.236	17.826	17.425	17.033	16.649	16.275	15.909	15.551	15.201
$\sqrt{c_{0.05}(F)}/1.96$	9.519	9.305	9.095	8.891	8.691	8.495	8.304	8.117	7.934	7.756
	4.090	4.101	4.113	4.125	4.138	4.151	4.166	4.180	4.196	4.212
	14.859	14.524	14.197	13.878	13.566	13.260	12.962	12.670	12.385	12.107
	7.581	7.411	7.244	7.081	6.922	6.766	6.614	6.465	6.319	6.177
	4.229	4.247	4.265	4.285	4.305	4.326	4.349	4.372	4.396	4.422
	11.834	11.568	11.308	11.053	10.804	10.561	10.324	10.091	9.864	9.642
	6.038	5.902	5.770	5.640	5.513	5.389	5.268	5.149	5.033	4.920
	4.449	4.477	4.507	4.538	4.570	4.604	4.640	4.678	4.717	4.759
	9.425	9.213	9.006	8.803	8.605	8.412	8.222	8.037	7.856	7.680
	4.809	4.701	4.595	4.492	4.391	4.292	4.195	4.101	4.009	3.919
	4.803	4.849	4.897	4.948	5.002	5.059	5.119	5.182	5.248	5.319
	7.507	7.338	7.173	7.011	6.854	6.699	6.549	6.401	6.257	6.117
	3.830	3.744	3.660	3.578	3.497	3.418	3.341	3.266	3.193	3.121
	5.393	5.472	5.556	5.644	5.738	5.838	5.944	6.056	6.176	6.304
	5.979	5.844	5.713	5.584	5.459	5.336	5.216	5.098	4.984	4.872
	3.051	2.982	2.915	2.849	2.785	2.723	2.661	2.602	2.543	2.486
	6.440	6.585	6.741	6.907	7.085	7.276	7.482	7.702	7.940	8.196
	4.762	4.655	4.550	4.448	4.348	4.250	4.154	4.061	3.969	3.880
	2.430	2.375	2.322	2.270	2.218	2.169	2.120	2.072	2.025	1.980
	8.473	8.773	9.098	9.451	9.835	10.253	10.711	11.214	11.766	12.374
	3.793	3.707	3.624	3.542	3.463	3.385	3.309	3.234	3.161	3.090
	1.935	1.892	1.849	1.808	1.767	1.727	1.688	1.650	1.613	1.577
	13.048	13.796	14.631	15.566	16.618	17.810	19.167	20.721	22.516	24.605
	3.021	2.953	2.886	2.821	2.758	2.696	2.635	2.576	2.518	2.461
	1.542	1.507	1.473	1.440	1.407	1.376	1.345	1.315	1.285	1.256
	27.058	29.967	33.457	37.699	42.930	49.495	57.902	68.930	83.823	104.67
	2.406	2.352	2.299	2.247	2.197	2.147	2.099	2.052	2.006	1.96
	1.228	1.200	1.173	1.147	1.121	1.096	1.071	1.047	1.024	1.00

tF标准误

- 或者可以使用软件包:
  - net install tf, force from(http://www.princeton.edu/~davidlee/wp/)
  - 需要首先安装ivreg2、ranktest
  - 用法与ivreg2一致

动态面板模型

动态面板模型:

$$y_{it} = \gamma y_{i,t-1} + x_{it}'\beta + \alpha_i + u_{it}$$

消除固定效应:

$$\Delta y_{it} = \gamma \Delta y_{i,t-1} + \Delta x_{it}'\beta + \Delta u_{it}$$

- 然而，$\mathbb{E}\left(\Delta y_{i,t-1} \cdot \Delta u_{it}\right) = \mathbb{E}\left(y_{i,t-1} - y_{i,t-2}\right)\left(u_{it} - u_{i,t-1}\right) \neq 0$
- Arellano and Bond(1991)：$\Delta y_{i,t-1}$的工具变量：$y_{i,t-2}, y_{i,t-3}, \ldots, x_{i,t-1}, \ldots$

动态面板模型

系统GMM（system GMM）：Blundell and Bond(1998):

- 假设均值平稳性，则

$$y_{i,t} \approx \frac{\alpha_i}{1-\gamma}$$

- 使用额外的矩条件:

$$\mathbb{E}\left[\Delta y_{i,t-1}\left(y_{it} - \gamma y_{i,t-1}\right)\right] = 0$$

- 当γ趋向于1时，差分GMM的工具非常弱，系统GMM表现比较好。

动态面板模型

需要注意的问题：

- Many instruments 问题
- GMM特指一类估计方法，OLS、2SLS等都属于GMM，GMM不代表动态面板模型。
- predetermined变量：

$$\mathbb{E}\left(x_{it}u_{is}\right) \neq 0, s < t$$
$$\mathbb{E}\left(x_{it}u_{is}\right) = 0, s \geq t$$

  给Δx_{it}找工具变量：$x_{i,t-1}, x_{i,t-2}, \dots$
- u_{it}的序列相关
- Hansen’s J-test

动态面板：实践

- 动态面板的Arellano and Bond(1991)（又称差分GMM，difference GMM）：
  - xtabond
- 动态面板的Blundell and Bond(1998)（又称系统GMM，system GMM）：
  - xtabond2 y L.y w x, gmmstyle(y, lag(2 .)) gmmstyle(w, lag(2 .)) ivstyle(x)
  - 其中y为被解释变量，w为前定变量，x为外生变量
  - 如果希望控制使用的工具的个数：
    - xtabond2 y L.y w x, gmmstyle(y, lag(2 3)) gmmstyle(w, lag(2 3)) ivstyle(x)

LATE

令:

$$
\begin{aligned}
Y_i &= Y_i(0) + W_i(Y_i(1) - Y_i(0)) \\
&= \mathbb{E}(Y_i(0)) + W_i\mathbb{E}(Y_i(1) - Y_i(0)) + \zeta_i + \eta_i W_i
\end{aligned}
$$

其中$\zeta_i = Y_i(0) - \mathbb{E}(Y_i(0))$，$\eta_i = Y_i(1) - Y_i(0) - \mathbb{E}(Y_i(1) - Y_i(0))$。
如果存在一个工具变量Z_i，使得$\mathbb{C}\mathrm{ov}(Z_i, W_i) \neq 0$，
且$Z_i \amalg (Y_i(0), Y_i(1))$，且$Z = 0/1$那么IV估计:

$$
\mathrm{plim}\tau_{IV} = \frac{\mathbb{C}\mathrm{ov}(Y, Z)}{\mathbb{C}\mathrm{ov}(W, Z)} = \frac{\mathbb{E}(Y|Z=1) - \mathbb{E}(Y|Z=0)}{P(W|Z=1) - P(W|Z=0)}
$$

- 一个简单的例子：Y_i为对数收入，W_i为是否上高中，Z_i为5km范围内有没有高中

LATE

工具变量识别了什么？

1. 当存在同质的处理效应时，经典的IV估计了同质的处理效应
   - $Y_i = Y_i(0) + W_i(Y_i(1) - Y_i(0)) + \epsilon_i + \eta_i W_i = Y_i(0) + W_i \tau_{ATE} + v_i$
   - 关键在η_i，如果$\eta_i = 0$，同质的处理效应
2. 当存在异质性的处理效应时，经典IV识别出的参数不可解释
3. 如果加入某些假设条件，经典IV的确可以识别出可以解释的参数

Imbens and Angrist(1994)建立了经典IV的识别条件以及经典IV识别的参数解释。

LATE

如果给定一个工具变量Z_i为0/1变量，我们记：

$$W_i(Z_i) = Z_i W_i(1) + (1 - Z_i) W_i(0) = \begin{cases} W_i(1) & Z_i = 1 \\ W_i(0) & Z_i = 0 \end{cases}$$

可以看成是关于内生变量的反事实。两个变量将总体分为四类人：

		$W_i(0)$: 0	$W_i(0)$: 1
$W_i(1)$	0	never-taker	defier
	1	complier	always-taker

LATE

关键假设:

1. $Z_i \amalg \left(Y_i\left(1\right), Y_i\left(0\right), W_i\left(1\right), W_i\left(0\right)\right)$
2. $P\left(W_i = 1|Z_i\right)$取决于$Z_i$

ITT

定义intention-to-treat (ITT)，即工具变量估计的分子：

$$\tau_{ITT} = \mathbb{E}\left(Y_i | Z_i = 1\right) - \mathbb{E}\left(Y_i | Z_i = 0\right)$$

将其分解：

$$\begin{aligned}
\tau_{ITT} &= \mathbb{E}\left(Y_i | Z_i = 1\right) - \mathbb{E}\left(Y_i | Z_i = 0\right) \\
&= \mathbb{E}\left(Y_i\left(0\right) + W_i\left(Y_i\left(1\right) - Y_i\left(0\right)\right) | Z_i = 1\right) \\
&- \mathbb{E}\left(Y_i\left(0\right) + W_i\left(Y_i\left(1\right) - Y_i\left(0\right)\right) | Z_i = 0\right) \\
&= \mathbb{E}\left(W_i\left(Y_i\left(1\right) - Y_i\left(0\right)\right) | Z_i = 1\right) - \mathbb{E}\left(W_i\left(Y_i\left(1\right) - Y_i\left(0\right)\right) | Z_i = 0\right) \\
&= \mathbb{E}\left(W_i\left(1\right)\left(Y_i\left(1\right) - Y_i\left(0\right)\right) | Z_i = 1\right) - \mathbb{E}\left(W_i\left(0\right)\left(Y_i\left(1\right) - Y_i\left(0\right)\right) | Z_i = 0\right) \\
&= \mathbb{E}\left(W_i\left(1\right)\left(Y_i\left(1\right) - Y_i\left(0\right)\right)\right) - \mathbb{E}\left(W_i\left(0\right)\left(Y_i\left(1\right) - Y_i\left(0\right)\right)\right) \\
&= \mathbb{E}\left(\left(W_i\left(1\right) - W_i\left(0\right)\right)\left(Y_i\left(1\right) - Y_i\left(0\right)\right)\right)
\end{aligned}$$

LATE

进一步使用全概率公式:

$$
\begin{aligned}
\tau_{ITT} &= \mathbb{E}\left(\left(W_i\left(1\right)-W_i\left(0\right)\right)\left(Y_i\left(1\right)-Y_i\left(0\right)\right)\right) \\
&= \mathbb{E}\left(\left(Y_i\left(1\right)-Y_i\left(0\right)\right)|W_i\left(1\right)-W_i\left(0\right)=1\right)P\left(W_i\left(1\right)-W_i\left(0\right)=1\right) \\
&- \mathbb{E}\left(\left(Y_i\left(1\right)-Y_i\left(0\right)\right)|W_i\left(1\right)-W_i\left(0\right)=-1\right)P\left(W_i\left(1\right)-W_i\left(0\right)=-1\right) \\
&= \mathbb{E}\left(\left(Y_i\left(1\right)-Y_i\left(0\right)\right)|W_i\left(1\right)=1,W_i\left(0\right)=0\right)P\left(W_i\left(1\right)=1,W_i\left(0\right)=0\right) \\
&- \mathbb{E}\left(\left(Y_i\left(1\right)-Y_i\left(0\right)\right)|W_i\left(1\right)=0,W_i\left(0\right)=1\right)P\left(W_i\left(1\right)=0,W_i\left(0\right)=1\right)
\end{aligned}
$$

如果额外额外假设: $P\left(W_i\left(1\right)=0,W_i\left(0\right)=1\right)=0$ (单调性)
那么:

$$
\tau_{ITT} = \mathbb{E}\left(\left(Y_i\left(1\right)-Y_i\left(0\right)\right)|W_i\left(1\right)=1,W_i\left(0\right)=0\right)P\left(W_i\left(1\right)=1,W_i\left(0\right)=0\right)
$$

LATE

由于:

$$
\begin{aligned}
P\left(W_i=1|Z_i=1\right)-P\left(W_i=1|Z_i=0\right) &= P\left(W_i\left(1\right)=1\right)-P\left(W_i\left(0\right) =\right. \\
&= P\left(W_i\left(1\right)=1,W_i\left(0\right)=0\right)
\end{aligned}
$$

进而，工具变量估计了:

$$
\begin{aligned}
LATE=\tau_{IV} &= \frac{\tau_{ITT}}{P\left(W=1|Z=1\right)-P\left(W=1|Z=0\right)} \\
&= \mathbb{E}\left(\left(Y_i\left(1\right)-Y_i\left(0\right)\right)|W_i\left(1\right)=1,W_i\left(0\right)=0\right)
\end{aligned}
$$

即如果假设$P\left(W_i\left(1\right)=0,W_i\left(0\right)=1\right)=0$（不存在defier），那么工具变量识别了complier的平均处理效应，即**Local Average Treatment Effects, LATE**。

LATE实例：OHIE数据

OHIE实验

在美国，Medicaid是真对穷人的健康保险计划。在2008年时，俄勒冈州计划回复Medicaid中的OHP Standard计划。由于预计申请人数非常多，因而州政府推出了一个按照抽签分配名额的方法。个人一旦被抽中，整个家庭都可以享受该计划。在个人被抽中后，州政府会联系申请人参加计划，然而由于种种原因，并非所有抽中的人最终都参加了该计划。

LATE实例：OHIE数据

OHIE实验

Finkelstein等人（2012）根据这个计划研究了健康保险对医疗资源使用、健康等方面的影响。其主要的估计方程为：

$$y_{ih} = \beta_0 + \beta_1 \times Insurance_{ih} + x'_{ih}\eta + u_{ih}$$

而第一阶段方程为：

$$Insurance_{ih} = \delta_0 + \delta_1 \times Lottery_{ih} + x'_{ih}\zeta + \mu_{ih}$$

而ITT为：

$$y_{ih} = \gamma_0 + \gamma_1 \times Lottery_{ih} + x'_{ih}\xi + \epsilon_{ih}$$

从而$\gamma_1 = \beta_1 \times \delta_1$。代码：ohie_qje.do